МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ   
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева»  
(Самарский университет)   
  
  
Факультет информатики  
Кафедра программных систем  
  
Дисциплина  
**Вычислительные методы  
  
  
  
ОТЧЕТ**по лабораторной работе №4

«Метод наименьших квадратов»  
Вариант №9

Студент: Колбанов Д.О.,   
Группа: 6301-020302D  
  
Преподаватель: Заболотнов Ю.М.  
  
Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  
  
Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Самара 2023

**Исходная функция**

**Задание**

Последовательность выполнения работы состоит из следующих шагов:

1. вычислить массив значений опорной функции , соответствующей индивидуальному заданию, с добавлением случайной величины, распределенной по равномерному закону, на некотором интервале ;
2. произвести аппроксимацию заданного массива обычным полиномом с помощью МНК с использованием стандартных средств математического пакета Mathcad;
3. исследовать зависимость погрешности аппроксимации от задаваемой степени полинома. За меру погрешности можно выбрать остаточную дисперсию. Найти степень полинома, соответствующую минимуму остаточной дисперсии;
4. произвести аппроксимацию заданного массива значений с использованием обобщенного полинома, выбрав совокупность из трех известных элементарных линейно независимых функций, применяя программные средства пакета Mathcad.

**Постановка задачи**

Метод наименьших квадратов (МНК) применяется для обработки результатов эксперимента, когда измерения выходной характеристики изучаемого объекта производятся со случайной ошибкой.

Результаты эксперимента описываются обобщенным полиномом вида (1)

где – степень полинома, – определяемые коэффициенты, – заданные линейно-независимые функции, − скалярный аргумент.

Пусть имеются результаты эксперимента, то есть задана таблица значений , где -значения выходной характеристики, -соответствующие значения аргумента, -количество экспериментов. Причем при применении МНК в отличие от задачи интерполяции полагается, что , то есть количество экспериментов больше количества определяемых коэффициентов. Тогда МНК сводится к определению коэффициентов модели из условия минимума функции , (2)

где определяется формулой (1).

Необходимые условия минимума функции (2) будут иметь вид , (3)

где .

Пусть . Используя данные обозначения, уравнения (3) можно записать в виде стандартной СЛАУ

, , ……………………………………….......................... .

Если и среди нет совпадающих, то определитель системы отличен от нуля и СЛАУ имеет единственное решение. В частном случае, когда , МНК дает обычный интерполяционный полином, то есть решает задачу интерполяции: проведения обобщенного полинома через все экспериментальные точки .

Полином строится из условия минимума функции (2), поэтому в узловых точках неизбежно возникает погрешность аппроксимации. За меру погрешности можно принять следующие величины:

* максимальная погрешность аппроксимации в узловых точках:

,

где определяется по (1), – значение выходной характеристики

* средняя погрешность аппроксимации:

,

где определяется по (1), – значение выходной характеристики

* остаточная дисперсия:

,

где определяется по (1), – значение выходной характеристики.

Требуется определить степень полинома, в которой остаточная дисперсия будет минимальна (минимальную степень полинома).

**Программа**

Ввод исходных данных, вычисление значений многочлена, результат приближения при степени с помощью стандартных функций Mathcad и график ошибок представлены на рисунках 1–3.

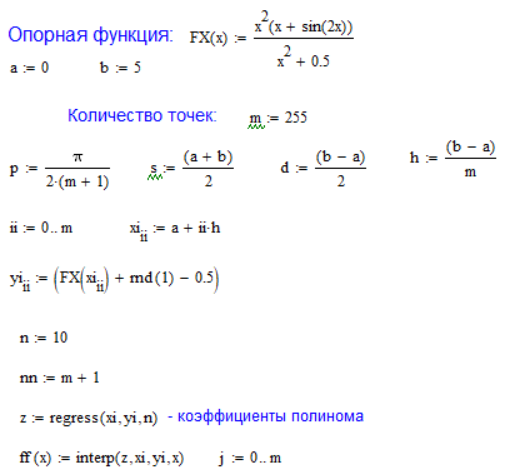


Рисунок 1 – Ввод исходных данных

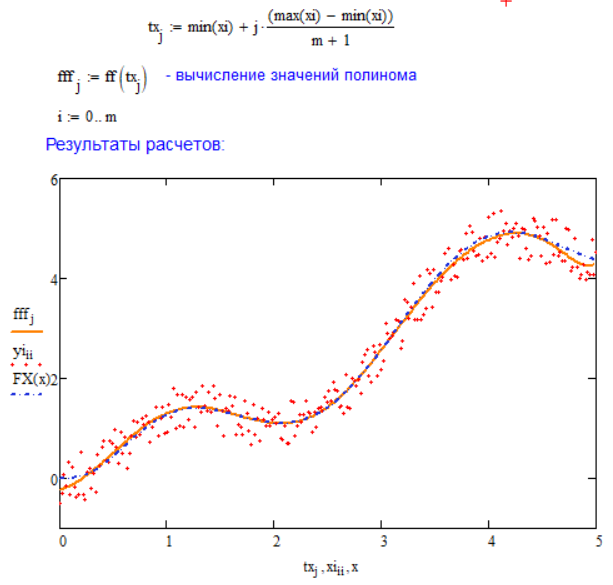


Рисунок 2 – Результат приближения при степени n = 10

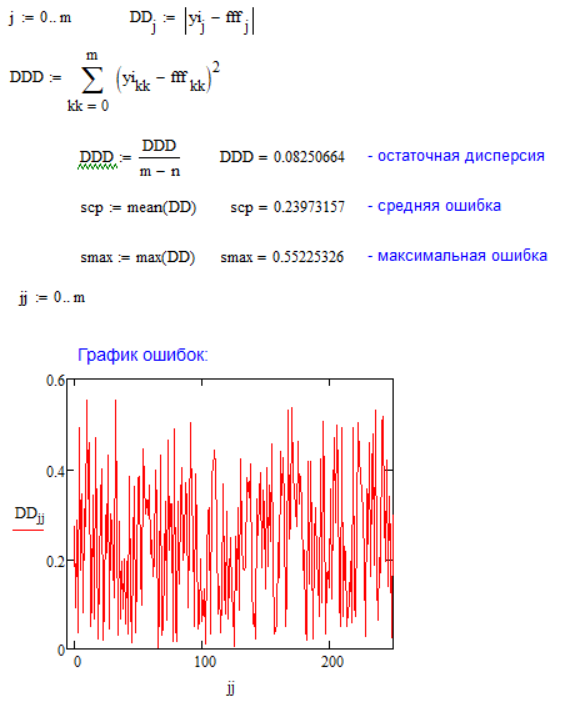


Рисунок 3 – График ошибок

Определение минимальной степени полинома, соответствующей минимуму остаточной дисперсии и график ошибок представлены на рисунках 4–6.

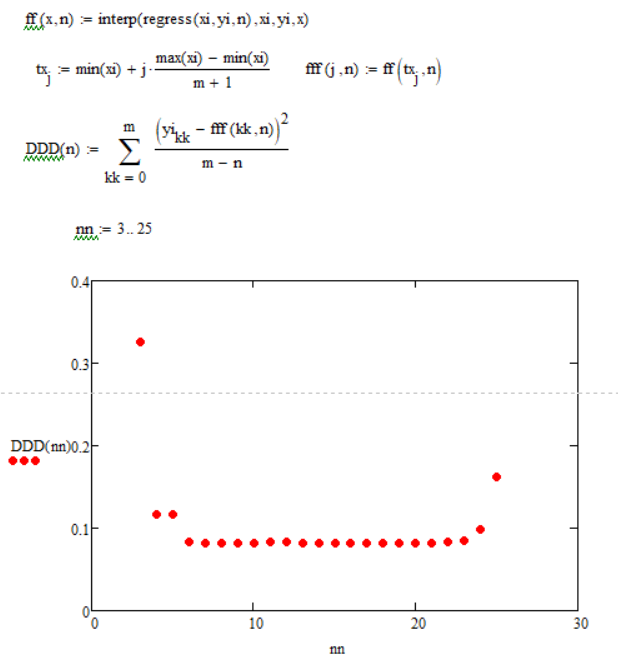


Рисунок 4 – График зависимости остаточной дисперсии от степени полинома



Рисунок 5 – Таблица значений дисперсии

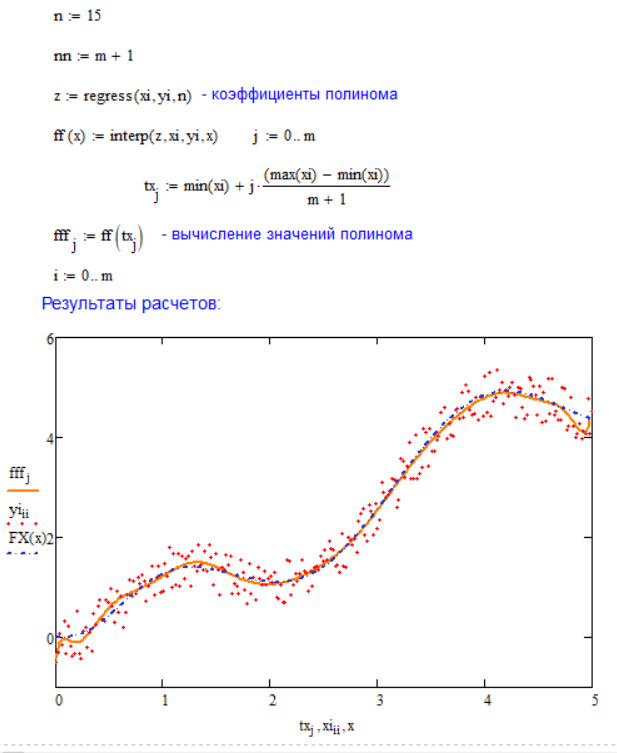


Рисунок 6 – Результат приближения при степени n = 15

**Выводы**

В ходе выполнения работы были сделаны следующие выводы:

* зависимость погрешности аппроксимации от степени полинома не линейна, с увеличением степени полинома величина остаточной дисперсии сначала резко убывает, затем колеблется около минимального значения, затем возрастает;
* для рассматриваемой опорной функции степень полинома, соответствующая минимуму остаточной дисперсии равна ;
* для интерполяции необходимо, чтобы кривая полинома проходила через заданные узлы (выполнялось условие интерполяции), в то время как в МНК кривая должна минимально расходится с графиком исходной функции.